BAC SCIENCES EXPERIMENTALES

Mathématiques

[M4]

Toute l'année !

Devoirs pilote Sfax

Corrigés avec détails

Bac Sciences Expérimentales

Mathématiques

Devoirs corrigés lycée pilote Sfax

[M4]

Corrigés avec détails, toute l'année !

Préface

- Ce livre fait partie de la collection des parascolaires du site web éducatif **waeldocuments.com** .

- Il est destiné à tous les candidats de baccalauréat section sciences expérimentales.

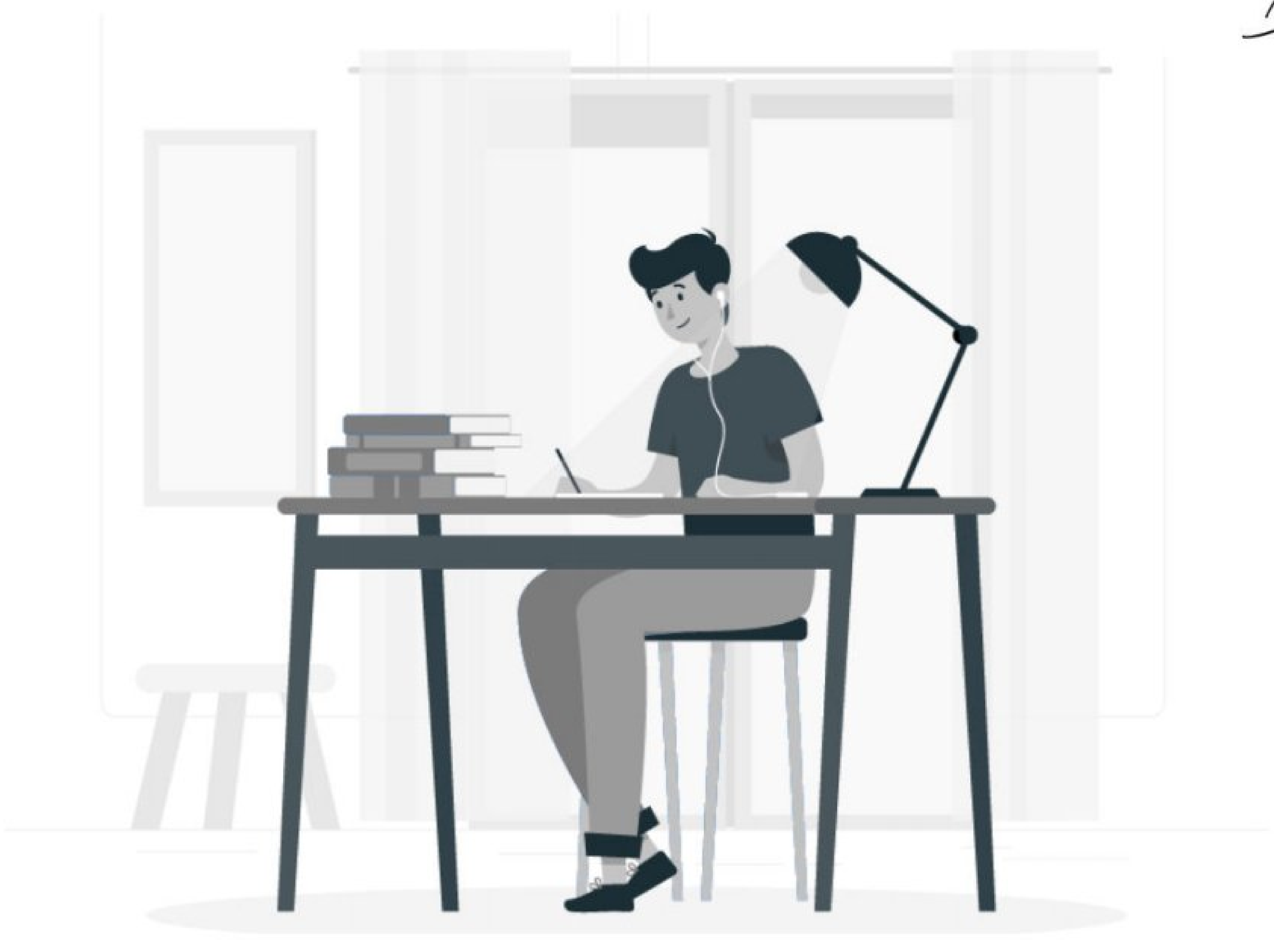
- Ce livre contient des dizaines de devoirs corrigés réalisés par les meilleurs professeurs du lycée pilote Sfax. Ces devoirs sont sélectionnés rigoureusement par Wael, un ancien élève du lycée pilote de Monastir.

- Les exercices de chaque devoir sont de niveau de difficulté variable et ils sont corrigés avec détails.

- Vous pouvez avoir une idée sur toute notre collection de nos livres (toutes les matières) sur notre site web:

www.waeldocuments.com

Wael Documents



SOMMAIRE

Trimestre 1

Devoirs des mois Octobre-Novembre

Lycée Pilote Sfax | **Corrigé du devoir De Contrôle N°1** Proposé par Mr Dammak Taiez | 4ème Année Sc Exp

Exercice 1 :

1°) Vrai

Justification :

$$|1+e^{i\theta}|^2=(1+e^{i\theta})(1+e^{-i\theta})=1+e^{i\theta}+e^{-i\theta}+1=2+2\cos\theta=2(1+\cos\theta)=4\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

Donc $|1+e^{i\theta}|=2\left|\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\right|=2\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$ car $\theta\in]-\pi,\pi[$ donc $\frac{\theta}{2}\in]\frac{-\pi}{2},\frac{\pi}{2}[$ alors $\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)>0$.

Ou bien : $|1+e^{i\theta}|=\left|e^{\frac{i\theta}{2}}\left(e^{\frac{-i\theta}{2}}+e^{\frac{i\theta}{2}}\right)\right|=\left|e^{\frac{-i\theta}{2}}+e^{\frac{i\theta}{2}}\right|=2\left|\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\right|=2\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$

car $\theta\in]-\pi,\pi[$ donc $\frac{\theta}{2}\in]\frac{-\pi}{2},\frac{\pi}{2}[$ alors $\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)>0$.

2°) Faux

Justification :

$$z^2=2+\sqrt2-2i\sqrt{2+\sqrt2}\times\sqrt{2-\sqrt2}-(2-\sqrt2)=2\sqrt2-2i\sqrt2=4\left(\frac{\sqrt2}{2}-i\frac{\sqrt2}{2}\right)=4e^{-i\frac{\pi}{4}}$$

3°) Vrai

Justification :

$|z|=1$ donc $\bar z=\frac{1}{z}$ alors $\overline{\left(z^2+\frac{1}{z^2}\right)}=\bar z^2+\frac{1}{\bar z^2}=\frac{1}{z^2}+\frac{1}{\frac{1}{z^2}}=z^2+\frac{1}{z^2}$ donc $z^2+\frac{1}{z^2}$ est réel.

4°) Vrai

Justification :

$\arg(z)\equiv\arg(iz+1)\ [2\pi]$ donc $\arg(z)\equiv\arg(i(z-i))\ [2\pi]$

alors $\arg(z)\equiv(\arg(i)+\arg(z-i))\ [2\pi]$ donc $\arg(z)-\arg(z-i)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$ alors

$\arg\left(\frac{z}{z-i}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$ donc $\frac{aff\,\overrightarrow{OM}}{aff\,\overrightarrow{AM}}$ est imaginaire d'où $\overrightarrow{OM}\perp\overrightarrow{AM}$

Alors M appartient au cercle de diamètre $[OA]$ où A est le point d'affixe i

Exercice 2:

1°) Pour que les points M, N et P soient deux à deux distincts, il faut que

$$\begin{cases}z\neq\bar z\\ z\neq\frac{z^2}{\bar z}\\ \bar z\neq\frac{z^2}{\bar z}\end{cases}\text{ donc }\begin{cases}z\neq\bar z\\ z\bar z\neq z^2\\ \bar z^2\neq z^2\end{cases}\text{ alors }\begin{cases}z\neq\bar z\\ z\neq-\bar z\end{cases}$$ donc z n'est ni réel, ni imaginaire

2°) a- $OM=|z|$, $ON=|\bar z|=|z|=OM$. $OP=\left|\frac{z^2}{\bar z}\right|=\frac{|z|^2}{|\bar z|}=\frac{|z|^2}{|z|}=|z|=OM$

$OM=ON=OP$ donc M, N et P appartiennent à un même cercle $\mathscr{C}$ de centre O.

b- $MN=|\bar z-z|$.

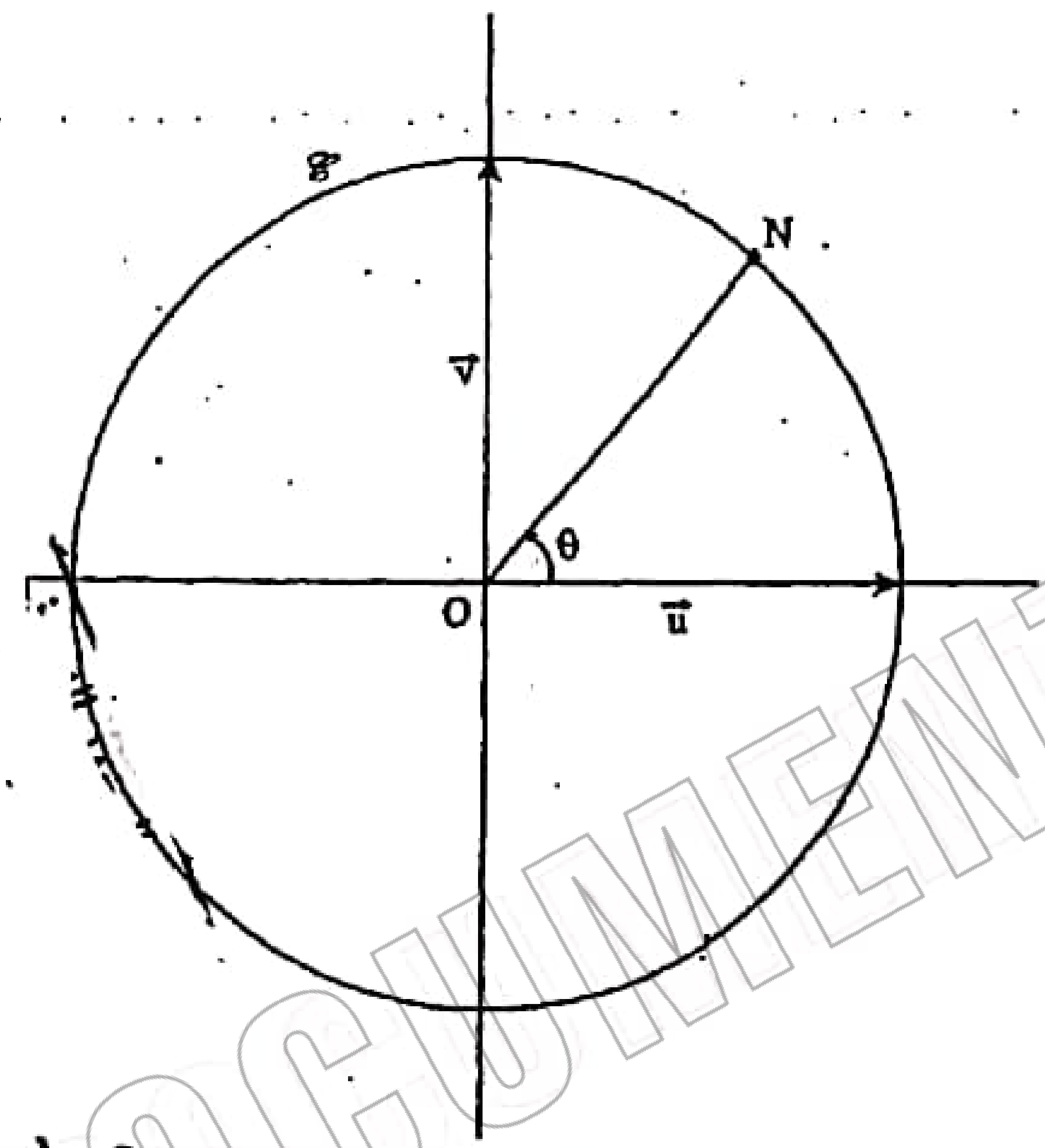
$$MP=\left|\frac{z^2}{\bar z}-z\right|=\left|\frac{z^2-z\bar z}{\bar z}\right|=\left|\frac{z(z-\bar z)}{\bar z}\right|=\frac{|z||z-\bar z|}{|\bar z|}=\frac{|z||z-\bar z|}{|z|}=|z-\bar z|=|\bar z-z|.$$

Alors $MN=MP$.

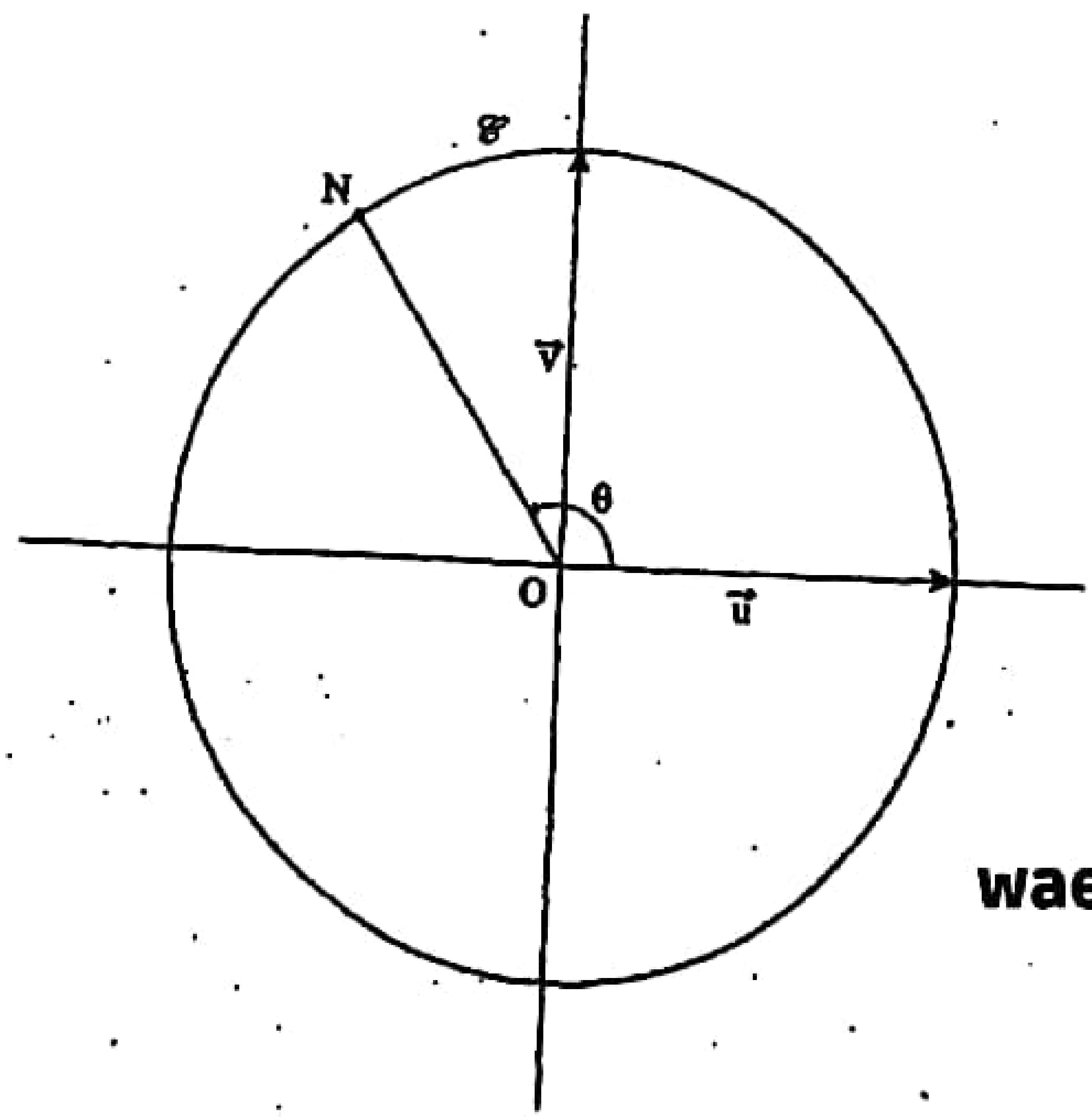
Lycée Pilote Sfax Le 28-10- 2016	Devoir de contrôle N°1 Durée : 2 heures	Classes : 4ème Sc-Exp Mme : Fakhfakh Mrs : Jallali et Boukhris

Nom et prénom :
Classe :

Annexe I. (Exercice 4)



Annexe II (Exercice 4)



correction du devoir de contrôle n°1 (1)

28-10-2016 (4^{eme} sc exp)

Exercice 1

1°/ * $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{x}{2}\left(\pi^2 - \sqrt{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}}\right) = -\infty$.

* soit $x > 1$

$-1 \leq \cos(\pi x) \leq 1$ dc $0 \leq 1+\cos(\pi x) \leq 2$

dc $0 \leq f(x) \leq \frac{2}{(x-1)^2}$ car $\frac{1}{(x-1)^2} > 0$.

d'autre part $\lim\limits_{x\to+\infty} 0 = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{(x-1)^2} = 0$

Ainsi $\lim\limits_{+\infty} f = 0$.

2°/ $\lim\limits_{x\to1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to1^+} \pi^2 \frac{1-\cos(\pi(x-1))}{(\pi(x-1))^2}$

car $\cos(\pi(x-1)) = \cos(\pi x - \pi) = \cos(\pi - \pi x) = -\cos(\pi x)$

d'autre part $\begin{cases} \lim\limits_{x\to1^+} \pi(x-1) = \\ \lim\limits_{x\to0} \frac{1-\cos x}{x^2} = \frac{1}{2} \end{cases}$

Ainsi $\lim\limits_{x\to1^+} f(x) = \frac{\pi^2}{2} = f(1)$

Ainsi f est continue à droite en 1.

3°/ * $x \mapsto 1-x$ est continue et positive sur $]-\infty,1]$

dc $x \mapsto \sqrt{1-x}$ est continue sur $]-\infty,1]$

Ainsi f " " "

* $x \mapsto 1+\cos(\pi x)$, $x \mapsto (x-1)^2$ sont continues sur $]1,+\infty[$

et pour tout $x > 1$, $(x-1)^2 \neq 0$ Ainsi f est continue sur $]1,+\infty[$

* f est continue à droite en 1

Ainsi f est continue sur $\mathbb{R}$.

4°/ L'équation $f(x) = 4x$ est équivalente à $f(x) - 4x = 0$.

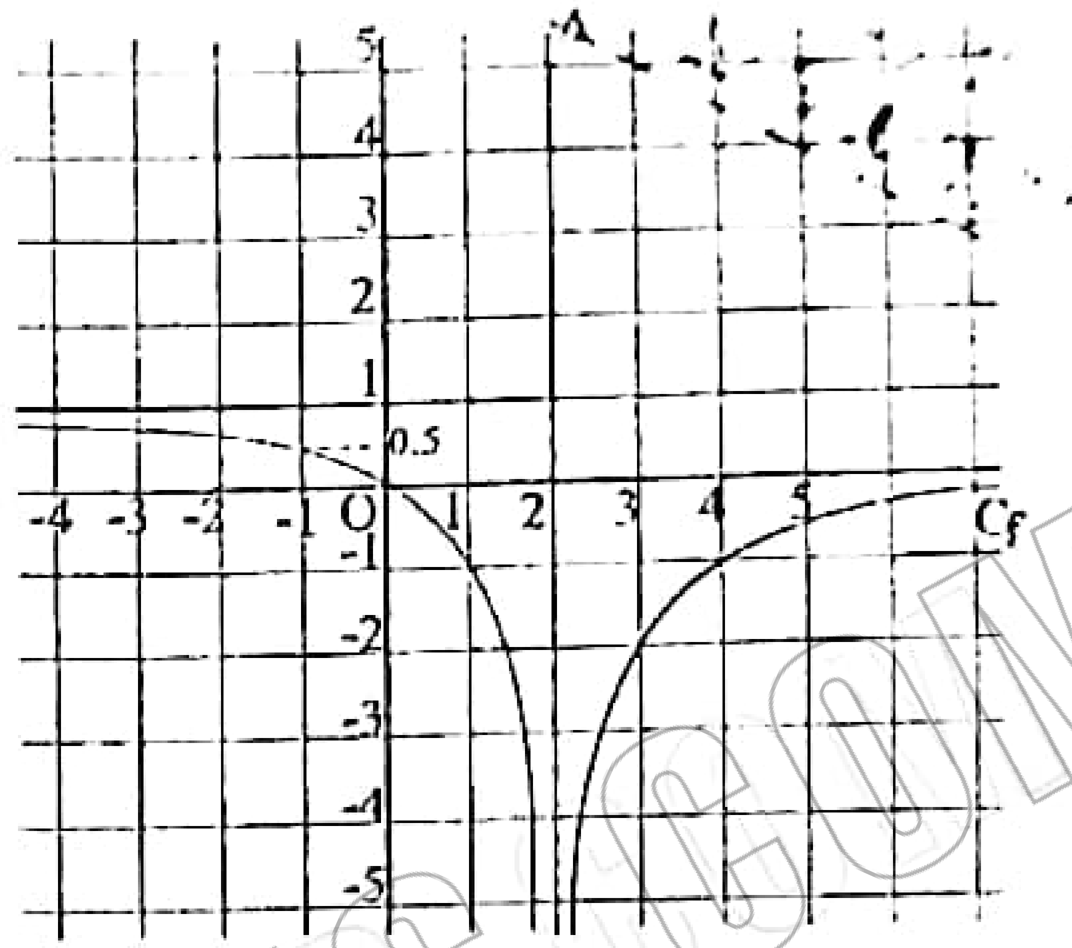
on pose $g(x) = f(x) - 4x$

Lycée Pilote F.Hached Sfax Le 18 -11- 2020	Devoir de contrôle N°1 Durée : 2 heures	Classes : $4^{ème}$ Sc-Exp Mme : Fakhfakh Mrs : Trigui et Boukhris

Exercice 1(4,5 pts)

Dans le graphique ci-contre :

- C_f est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.
- La droite d'équation $y=1$ est une asymptote horizontale à C_f au voisinage de $-\infty$.
- La droite Δ d'équation $x=2$ est une asymptote verticale à C_f.
- La droite d'équation $y=0$ est une asymptote horizontale à C_f au voisinage de $+\infty$.



1. Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to2} f\circ f(x)$.
2. Montrer que $f\circ f$ est strictement décroissante sur $]2,4]$.
3. Montrer que $f\circ f$ est continue sur $]2,4]$.
4. Déterminer $f\circ f(]2,4])$.
5. Soit g une fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ telle que $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=0$.

   On désigne par h la fonction définie par $h(x)=g(f(x))$.

   a. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction h.
   b. Montrer que h est prolongeable par continuité en 2.

Exercice 2 (6 pts)

Soit f la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $\begin{cases} f(x)=-1+\sqrt{x}\sin\left(\dfrac{\pi}{x}\right) & \text{si } x\in]0,+\infty[\\ f(0)=-1 \end{cases}$

1. a. Montrer que pour tout réel $x>0$, $-1-\sqrt{x}\le f(x)\le -1+\sqrt{x}$.

   b. Montrer que f est continue sur $[0,+\infty[$.
2. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
3. a. Montrer que f est strictement croissante sur $[1,2]$.

   b. Montrer que l'équation $\sin\left(\dfrac{\pi}{x}\right)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ admet une solution unique α dans l'intervalle $]1,2[$.

   c. Montrer que $\cos\left(\dfrac{2\pi}{\alpha}\right)=\dfrac{\alpha-2}{\alpha}$.

A.S : 2020/2021 Devoir de contrôle n°1 4 SC

Exercice n°1

1) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$

$\lim_{x\to 2} f\circ f(x) = 1$

(1) car $\begin{cases} \lim_{x\to 2} f(x) = -\infty \\ \lim_{x\to-\infty} f(x) = 1. \end{cases}$

2) Soit a et b deux réels de $]2,4]$ tels que $a < b$.

f est strictement croissante sur $]2,4]$ donc $f(a) < f(b)$

or $f(]2,4]) =]-\infty,-1]$

(0,75) donc $f(a) \in]-\infty,-1]$ et $f(b) \in]-\infty,-1]$

f est strictement décroissante sur $]-\infty,-1]$ et $f(a) < f(b)$

donc $f(f(a)) > f(f(b))$.

Ainsi $f\circ f$ est strictement décroissante sur $]2,4]$.

3) f est continue sur $]2,4]$

pour tout $x \in]2,4]$,

(0,75) $f(x) \in]-\infty,-1]$ et f est continue sur $]-\infty,-1]$ donc

$f\circ f$ est continue sur $]2,4]$

4) $f\circ f$ est continue et st décroissante sur $]2,4]$

donc $f\circ f(]2,4]) = [f\circ f(4), \lim_{2^+} f\circ f[$

(0,5) $= [0,5 , 1[$

car $f\circ f(4) = f(-1) = 0,5$

$\lim_{2^+} f\circ f = 1$

5) a/ $D_h = \{x \in \mathbb{R}$ tq $x \in D_f$ et $f(x) \in D_g\}$

$x \in D_f$ éq à $x \in \mathbb{R}\setminus\{2\}$.

$f(x) \notin D_g$ éq à $f(x) \neq -1$

(0,75) éq à $x \neq 1$ et $x \neq 4$

donc $D_h = \mathbb{R}\setminus\{1,2,4\}$.

b) On a $\begin{cases} \lim_{2} f = -\infty \\ \lim_{-\infty} g = 0 \end{cases}$

(0,75)

donc $\lim_{x\to 2} g\circ f(x) = 0$.

$\lim_{x\to 2} h(x) = 0 \in \mathbb{R}$

Ainsi h est prolongeable par continuité en 2.

Exercice 2

1) a/ Pour tout $x > 0$,

$-1 \leq \sin\left(\frac{\pi}{x}\right) \leq 1$

et $\sqrt{x} > 0$ donc

$-\sqrt{x} \leq \sqrt{x}\sin\left(\frac{\pi}{x}\right) \leq \sqrt{x}$

$-1-\sqrt{x} \leq -1+\sqrt{x}\sin\left(\frac{\pi}{x}\right) \leq -1+\sqrt{x}$

donc $-1-\sqrt{x} \leq f(x) \leq -1+\sqrt{x}$

b) •) On a pour tout $x > 0$

$-1-\sqrt{x} \leq f(x) \leq -1+\sqrt{x}$

$\lim_{x\to 0^+} (-1-\sqrt{x}) = -1$

et $\lim_{x\to 0^+} (-1+\sqrt{x}) = -1$

donc $\lim_{x\to 0^+} f(x) = -1 = f(0)$

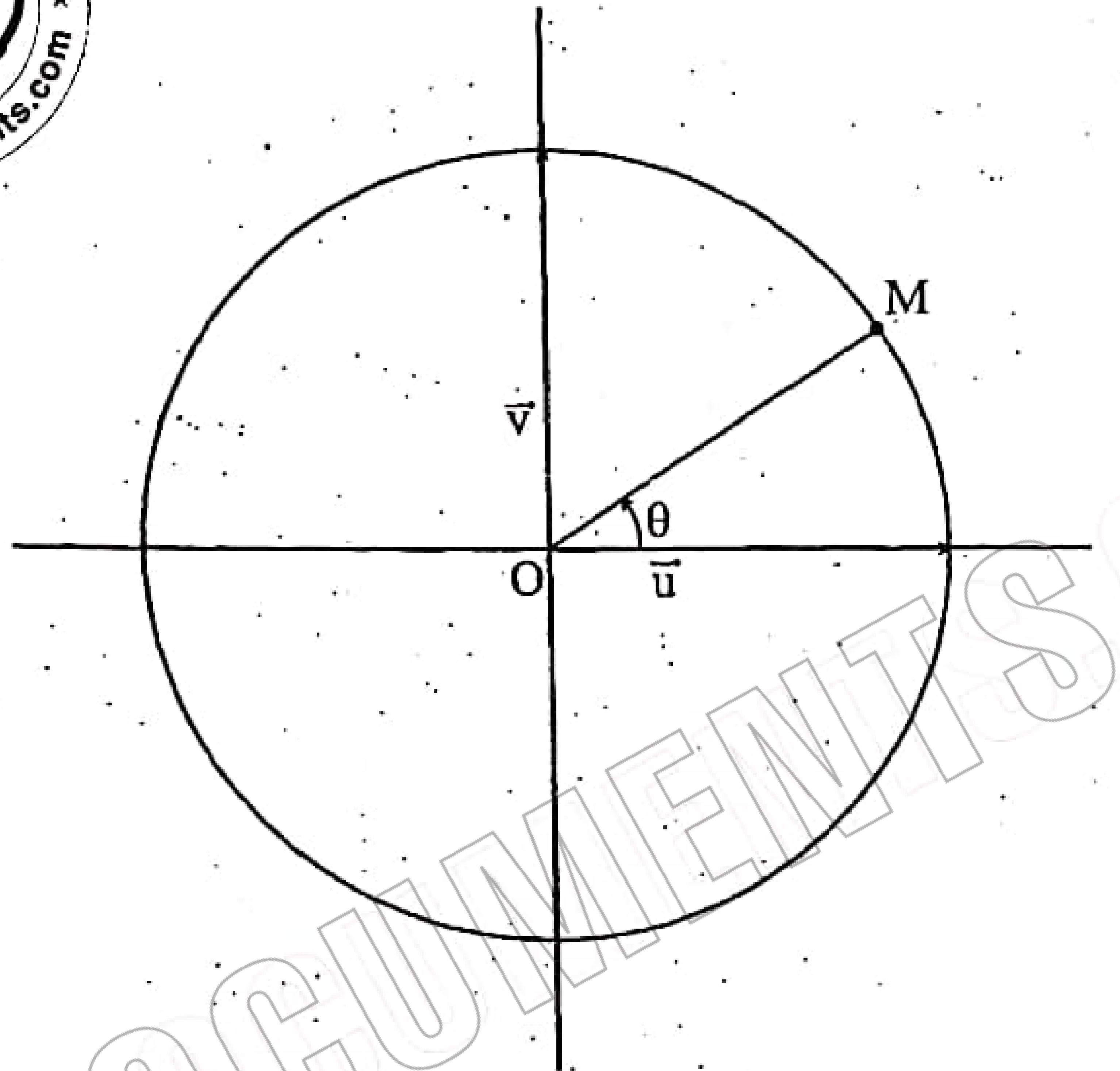
d'où f est continue à droite en 0

Lycée Pilote F.Hached Sfax Le 04 -12- 2019	**Devoir de synthèse N°1** Durée : 2 heures	Classes : $4^{ème}$ Sc-Exp Mme : Fakhfakh Mrs : Chakroun et Boukhris

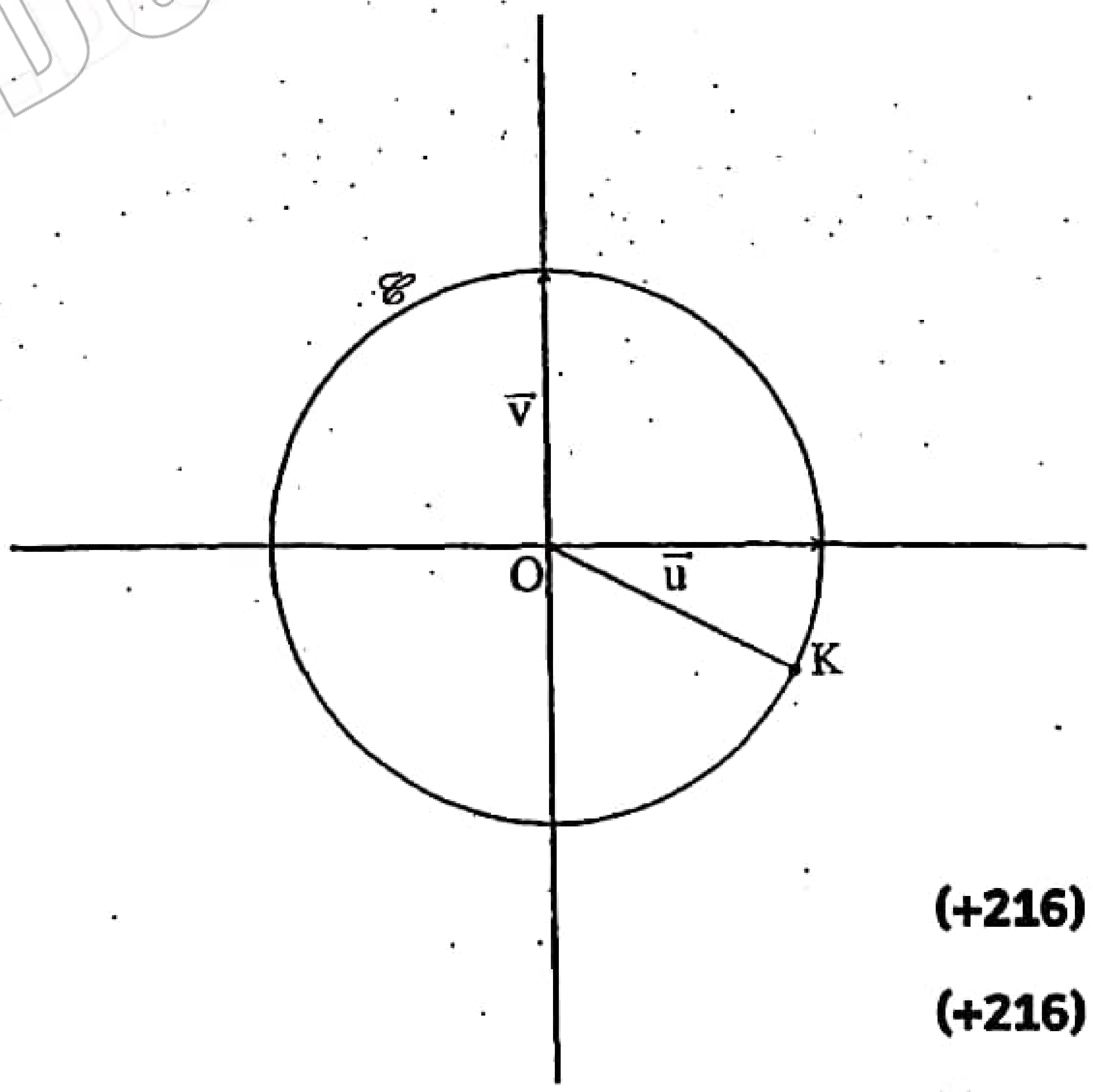
Nom et prénom :
Classe :

Annexe

(figure (I) Exercice 1)



(figure (II) Exercice 2)



5) a) On a f est continue et strictement croissante sur $\mathbb{R}$ donc elle réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur $f(\mathbb{R}) = \left]\lim\limits_{-\infty} f, \lim\limits_{+\infty} f\right[$

$$=]-1, 1[$$
$$= J.$$

b) $\mathscr{C}' = S_\Delta(\mathscr{C})$ avec $\Delta : y = x$

c) $x \in]-1, 1[$, $y \in \mathbb{R}$

$f^{-1}(x) = y$ éq à $f(y) = x$

éq à $\dfrac{y-1}{\sqrt{(y-1)^2+1}} = x$

éq à $\dfrac{(y-1)^2}{(y-1)^2+1} = x^2$ avec x et $(y-1)$ de m̂ signe

éq à $\dfrac{(y-1)^2+1-1}{(y-1)^2+1} = x^2$ " "

éq à $1 - \dfrac{1}{(y-1)^2+1} = x^2$ " "

éq à $1 - x^2 = \dfrac{1}{(y-1)^2+1}$

éq à $(y-1)^2 + 1 = \dfrac{1}{1-x^2}$

éq à $(y-1)^2 = \dfrac{1}{1-x^2} - 1$

éq à $(y-1)^2 = \dfrac{x^2}{1-x^2}$

éq à $y - 1 = \dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ $\left(\begin{array}{l} 1-x^2 > 0 \\ \text{pour tout} \\ x \in]-1,1[\end{array}\right)$

éq à $y = \dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}} + 1.$

Ainsi $f^{-1}(x) = \dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}} + 1$ pour tout $x \in]-1, 1[$

Exercice 4

1)

x	$-\infty$		-2		-1		1		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	
f'	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$		$\nearrow$	$\frac{4}{5}$	$\searrow$	0

2) f'' s'annule en changeant de signe en (-2) et en 1 donc C_f admet deux pts d'inflexion d'abscisses respectives -2 et 1.

3) f' est continue sur $[-1, 1]$, dérivable sur $]-1, 1[$ ~~alors~~ il existe au moins un ~~réel~~ $c \in]-1, 1[$ tel $f''(c) = \dfrac{f'(1) - f'(-1)}{1-(-1)}$

$$= \frac{\frac{4}{5} + \frac{4}{5}}{2}$$
$$= \frac{4}{5}.$$

donc l'équation $f''(x) = \frac{4}{5}$ admet au moins une solution dans $]-1, 1[$

4) Soit $x \in \left[-2, -\frac{3}{2}\right]$, $\left(x + \frac{1}{2}\right) \in \left[-\frac{3}{2}, -1\right]$

f est continue sur $\left[x, x+\frac{1}{2}\right]$ et dérivable sur $\left]x, x+\frac{1}{2}\right[$ $\left(x < x + \frac{1}{2}\right.$.

et pour tout $t \in \left]x, x+\frac{1}{2}\right[$, $-1 \leq f'(t) \leq -\frac{4}{5}$

car $\left]x, x+\frac{1}{2}\right[\subset]-2, -1[$.

donc $\left(x + \frac{1}{2} - x\right) \times (-1) \leq f\left(x+\frac{1}{2}\right) - f(x) \leq -\frac{4}{5}\left(x + \frac{1}{2} - \right.$

d'où $-\frac{1}{2} \leq f\left(x + \frac{1}{2}\right) - f(x) \leq -\frac{2}{5}.$

5) On a $0 \leq f'(x) \leq \frac{4}{5}$ pour $x \in [0, +\infty[$

~~donc~~ $|f'(x)| \leq \frac{4}{5}$ pour tout $x \geq 0$

6) a) Pour $n = 0$, $U_0 = 3 \geq 1$

Soit $n \geq 0$, supposons que $U_n \geq 1$ et montrons que $U_{n+1} \geq 1$

on a $U_n \geq 1$ et f est croissante sur $[1, +\infty[$ car $f'(x) \geq 0$ $\forall x \geq 1$

donc $f(U_n) \geq f(1)$ dc $U_{n+1} \geq 1$

Ainsi pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n \geq 1$

Trimestre 2

Devoirs des mois de Janvier - Février

Devoir de contrôle n°1

4 ème SC

Exercice 1

1) a/ faux.

$g'_d(0) = 0$ donc la courbe de g, dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ admet à droite en 0 une demi-tg horizontale donc par symétrie par rapport à la droite $\Delta : y = x$ la courbe de g^{-1} admet à gauche en 1 une demi-tangente verticale d'où g^{-1} n'est pas dérivable à gauche en 1.

b) faux.

$$(g^{-1})'\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{1}{g'\left(g^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)}$$

or $g\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ égà $g^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\pi}{4}$

donc $(g^{-1})'\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{1}{g'\left(\frac{\pi}{4}\right)}$

$$= \frac{1}{-\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)}$$

$$= -\sqrt{2}$$

c) faux.

soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x$.

Une primitive de f sur $\mathbb{R}$ est la fonction $F : x \mapsto x^2$.

On a f est croissante sur $\mathbb{R}$ alors que F n'est pas croissante sur $\mathbb{R}$ (elle est décroissante sur $]-\infty, 0]$ et croissante sur $[0, +\infty[$).

3) Vrai

$\int_0^1 x^2 f(x)\,dx$

soit $\begin{cases} u(x) = x^2 \\ v'(x) = f(x) \end{cases}$; $\begin{cases} u'(x) = 2x \\ v(x) = F(x) \end{cases}$

$$\int_0^1 x^2 f(x)\,dx = \left[x^2 F(x)\right]_0^1 - \int_0^1 2x F(x)$$

$$= F(1) - \int_0^1 f(x)\,dx$$

$$= F(1) - \left[F(x)\right]_0^1$$

$$= F(1) - F(1) + F(0)$$

$$= F(0) = 1$$

Exercice 2

$E\left(0, \frac{2}{3}, 1\right)$
$S(0, 0, 3)$
$B(0, 1, 0)$;

1) $\overrightarrow{SE}\begin{pmatrix} 0 \\ 2/3 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{SB}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{SE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{SB}$ donc $\overrightarrow{SE}$ et $\overrightarrow{SB}$ sont colinéaires d'où les points S, E et B sont alignés.

Ainsi $E \in (SB)$.

2) a) $A(1, 0, 0)$; $D(0, -1, 0)$

$\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix} -1 \\ 2/3 \\ 1 \end{pmatrix}$

donc $(\overrightarrow{AD} \wedge \overrightarrow{AE})\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -5/3 \end{pmatrix}$

b) $\overrightarrow{AD} \wedge \overrightarrow{AE}$ est un vecteur normal au plan (ADE)

donc $(ADE) : -x + y - \frac{5}{3}z + d = 0$

$A \in (ADE)$ donc $d = 1$

Ainsi $(ADE) : -x + y - \frac{5}{3}z + 1 = 0$

$(ADE) : 3x - 3y + 5z - 3 = 0$

Correction : D.S N°(1) (4Sc)

Exercice (1) ①

1/ a/ $\vec{DA}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\0\\-1\end{pmatrix}$, $\vec{DC}\begin{pmatrix}0\\\frac{1}{2}\\-1\end{pmatrix}$, $\vec{DA}\wedge\vec{DC}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}\\\frac{1}{4}\end{pmatrix}$.

b/ $\vec{DA}\wedge\vec{DC}$ est un v. normal à (DAC)

(DAC) : $\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}y+\frac{1}{4}z+d=0$ ($d\in\mathbb{R}$)

$A\in(DAC)$ éq à $\frac{1}{4}+d=0$ éq à $d=-\frac{1}{4}$.

$\boxed{(DAC) : 2x+2y+z-1=0}$

c/ $F\in^?(DAC)$

$2\times1+2\times1+1-1=4$ et $4\neq0$ $\Rightarrow F\notin(DAC)$

$\Rightarrow$ FADC est un tétraèdre.

$V_{FADC}=\frac{1}{6}\left|(\vec{DA}\wedge\vec{DC})\cdot\vec{DF}\right|$, $\vec{DF}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$

$=\frac{1}{6}\left|\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{6}$

2/ a/ $M\in S$ éq à $(x-2)^2-4+y^2+(z-\frac{3}{2})^2-\frac{9}{4}+2=0$

éq à $(x-2)^2+y^2+(z-\frac{3}{2})^2=\left(\frac{\sqrt{17}}{2}\right)^2$

S est la sphère de centre $\Omega(2,0,\frac{3}{2})$ et de rayon $R=\frac{\sqrt{17}}{2}$

b/ $d=d(\Omega,(DAC))=\frac{\left|4+0+\frac{3}{2}-1\right|}{\sqrt{4+4+1}}=\frac{\frac{9}{2}}{3}=\frac{3}{2}$

$d<R$ $(3<\sqrt{17})$

$\Rightarrow$ S et (DAC) sont sécants suivant un cercle $\mathscr{C}$ de rayon r

tq $r=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{\frac{17}{4}-\frac{9}{4}}=\sqrt{2}$.

c/ . $D\in(DAC)$.

. $D\in^? S$ $(-2)^2+0^2+(-\frac{1}{2})^2=4+\frac{1}{4}=\frac{17}{4}\Rightarrow D\in S$

Ainsi $D\in\mathscr{C}$.

. $D'\,?\,(DAC)$ $4-4+1-1=0\Rightarrow D'\in(DAC)$

. $D'\in^? S$ $(2-2)^2+(-2)^2+(1-\frac{3}{2})^2=4+\frac{1}{4}=\frac{17}{4}\Rightarrow D'\in S$

Ainsi $D'\in S\cap(DAC)=\mathscr{C}$

$DD'=\sqrt{4+4+0}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}=2r$

$D\in\mathscr{C}$, $D'\in\mathscr{C}$ et $DD'=2r\Rightarrow$ [DD'] est un diamètre de $\mathscr{C}$

3/ $a\in\mathbb{R}$, $\vec{DM}=a\vec{DA}$ Soit $M(x,y,z)$

a/ $\vec{DM}=a\vec{DA}$ éq à $\begin{cases}x=\frac{a}{2}\\y=0\\z-1=-a\end{cases}$ éq à $M(\frac{a}{2},0,1-a)$

b/ $\vec{DM}\begin{pmatrix}\frac{a}{2}\\0\\-a\end{pmatrix}$, $\vec{D'M}\begin{pmatrix}\frac{a}{2}-2\\2\\-a\end{pmatrix}$

$\vec{DM}\cdot\vec{D'M}=\frac{a^2}{4}-a+a^2$

$\boxed{\vec{DM}\cdot\vec{D'M}=\frac{5}{4}a^2-a}$

c/ $M\in(DA)\Rightarrow M\in(DAC)$

$D\in\mathscr{C}$ (DA) $\subset$ (DAC) : plan du cercle

(ADD') = (DAC) $\mathscr{C}\subset(DAC)$

$M\in(DA)\cap\mathscr{C}$ éq à $\vec{MD}\cdot\vec{MD'}=0$ [DD'] diamètre de $\mathscr{C}$

éq à $a\left(\frac{5}{4}a-1\right)=0$

éq à $a=0$ ou $a=\frac{4}{5}$.

Pour $a=0$; $M=D$

Pour $a=\frac{4}{5}$, $M=E(\frac{2}{5},0,\frac{1}{5})$

Lycée Pilote Sfax Le 17 -03- 2018	Devoir de contrôle N°3 Durée : 2 heures	Classes : $4^{ème}$ Sc-Exp Mme : Fakhfakh Mrs : Megdich et Boukhris

Exercice 1 (6 pts)

l'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On considère les points $A(-1,2,0)$ et $B(1,1,2)$.

1. Donner une représentation paramétrique de la droite (AB).
2. Soit P et Q les plans perpendiculaires à la droite (AB) et passant respectivement par A et B.
   a. Montrer que le plan P a pour équation $2x-y+2z+4=0$.
   b. Déterminer une équation cartésienne du plan Q.
3. On considère la sphère (S) dont l'intersection avec le plan P est le cercle $\mathscr{C}$ de centre A et de rayon 1 et l'intersection avec le plan Q est le cercle $\mathscr{C}'$ de centre B et de rayon 4.
   a. Montrer que le centre I de la sphère (S) appartient à la droite (AB) et déduire que les coordonnées (a,b,c) de I vérifient $\begin{cases} a-c=-1 \\ c+2b=4 \end{cases}$
   b. Montrer que $IA^2-IB^2=15$ puis déduire que $2a-b+2c=8$.
   c. Calculer les coordonnées de I, ainsi que le rayon R de (S).
   d. Donner une équation cartésienne de (S).

Exercice 2 (7 pts)

Soit (I_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $I_n=\int_0^1 \frac{x^{2n+1}}{\sqrt{1+x^2}}dx$.

1. Calculer I_0.
2. a. Montrer que pour tout $n\in\mathbb{N}$, $0\le I_n\le \frac{1}{2n+2}$.
   b. En déduire que (I_n) est convergente et déterminer sa limite.
3. a. A l'aide d'une intégration par parties, Montrer que pour tout $n\in\mathbb{N}$, $I_{n+1}=\sqrt{2}-(2n+2)\int_0^1 x^{2n+1}\sqrt{1+x^2}dx$.
   b. Montrer que pour tout $n\in\mathbb{N}$, $I_n+I_{n+1}=\int_0^1 x^{2n+1}\sqrt{1+x^2}dx$.
   c. En déduire que pour tout $n\in\mathbb{N}$, $(2n+3)I_{n+1}=\sqrt{2}-(2n+2)I_n$.
   d. Calculer alors I_1 puis I_2.

4) a) pour tout $x>0$,

$f(x) - 2\ln x = \frac{1}{x} - x = \frac{1-x^2}{x}$

x	0		1		$+\infty$
$f(x)-2\ln x$		$+$	0	$-$	
Position de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_1$		$\mathcal{C}_f$ est au dessus de $\mathcal{C}_1$	$\mathcal{C}_f \cap \mathcal{C}_1 = \{I\}$	$\mathcal{C}_f$ est au dessous de $\mathcal{C}_1$	

(0,75)

5) $\alpha \in]0,1[$ donc $\alpha < 1 < \frac{1}{\alpha}$

a) $\mathcal{A}(\alpha) = \int_{\alpha}^{1/\alpha} |f(x) - 2\ln x|\, dx$

$= \int_{\alpha}^{1} (f(x) - 2\ln x)\, dx + \int_{1}^{1/\alpha} (2\ln x - f(x))\, dx$

$= \int_{\alpha}^{1} \left(\frac{1}{x} - x\right) dx + \int_{1}^{1/\alpha} \left(x - \frac{1}{x}\right) dx$

$= \left[\ln x - \frac{1}{2}x^2\right]_{\alpha}^{1} + \left[\frac{1}{2}x^2 - \ln x\right]_{1}^{1/\alpha}$

$\mathcal{A}(\alpha) = -\frac{1}{2} - \ln\alpha + \frac{1}{2}\alpha^2 + \frac{1}{2\alpha^2} - \ln\left(\frac{1}{\alpha}\right) - \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{2}\alpha^2 + \frac{1}{2\alpha^2} - 1 - \ln\alpha + \ln\alpha$

$= \frac{\alpha^4 - 2\alpha^2 + 1}{2\alpha^2}$

$= \frac{(\alpha^2-1)^2}{2\alpha^2}$ u.a (1)

b) $\frac{(x^2-1)^2}{2x^2} = 2$ équivaut à $(x^2-1)^2 = 4x^2$

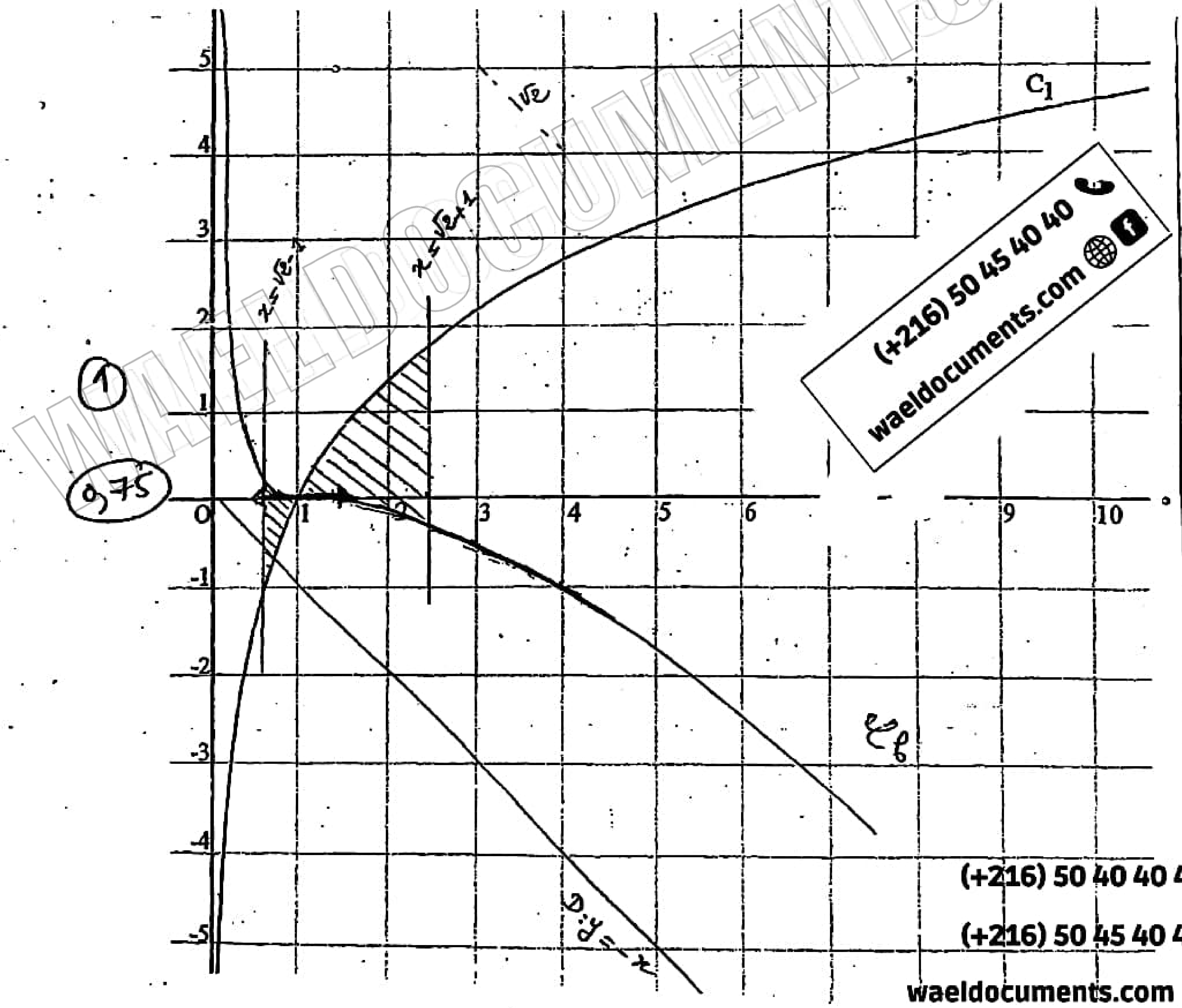
équivaut à $x^2 - 1 = 2x$ ou $x^2 - 1 = -2x$

équivaut à $x^2 - 2x - 1 = 0$ ou $x^2 + 2x - 1 = 0$

$x' = 1 - \sqrt{2}$, $x'' = 1 + \sqrt{2}$; $x_1 = -1 - \sqrt{2}$, $x_2 = -1 + \sqrt{2}$

$S_{\mathbb{R}} = \{1-\sqrt{2}, 1+\sqrt{2}, -1-\sqrt{2}, -1+\sqrt{2}\}$ (0,5)

c) $\mathcal{A}(\alpha) = 2$ équivaut à $\alpha = \sqrt{2} - 1$ donc $\frac{1}{\alpha} = \sqrt{2} + 1$



Lycée Pilote Sfax Le 07-04- 2017	**Devoir de contrôle N°3** Durée : 2 heures	Classes : $4^{ème}$ Sc-Exp Mme : Fakhfakh Mrs : Jellali et Boukhris

Exercice 1 (5 pts)

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-2} prés.

Dans une population, on interroge des personnes sur le nombre de langues étrangères qu'ils parlent. A l'issue du sondage , on observe que l'échantillon des personnes interrogées est partagé en trois catégories :

- 44% des personnes interrogées ne parlent aucune langue étrangère.
- 28% des personnes interrogées parlent une seule langue étrangère.
- Les restes parlent deux ou plus de deux langues étrangères.

Ces trois catégories seront désignées dans la suite respectivement par L_0, L_1 et L_2.

On sait de plus que, 56% de la catégorie L_1 parlent l'anglais comme langue étrangère.

78% de l'échantillon observé ne parlent pas l'anglais.

On choisit au hasard une personne de cet échantillon.

1. Construire un arbre pondéré correspondant aux données.
2. Quelle est la probabilité que la personne choisie soit de la catégorie L_2 et ne parle pas l'anglais ?
3. La personne choisie parle l'anglais.
   Quelle est la probabilité qu'elle soit de la catégorie L_1 ?
4. La personne choisie ne parle pas l'anglais.
   Quelle est la probabilité qu'elle soit de la catégorie L_0 ?
5. Quel est le pourcentage des personnes qui parlent l'anglais dans la catégorie L_2 ?

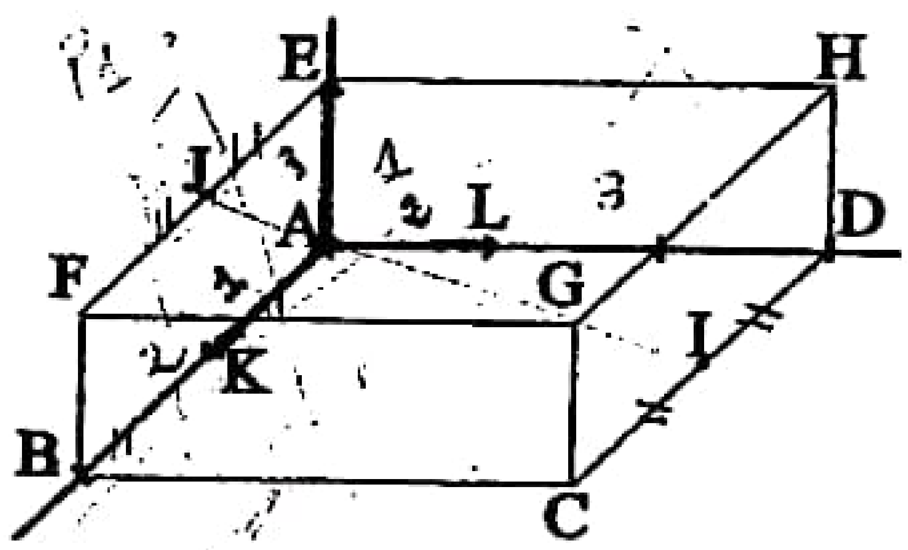
Exercice 2 (7 pts)

Dans la figure ci-contre ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle tel que $AB = 2$, $AD = 3$ et $AE = 1$.

I, J et K les milieux respectifs des segments $[CD]$, $[EF]$ et $[AB]$.

L le point tel que $\overrightarrow{AL} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$.

L'espace est rapporté au repère orthonormé direct $\left(A, \overrightarrow{AK}, \overrightarrow{AL}, \overrightarrow{AE}\right)$.



1. On désigne par P_1 le plan médiateur du segment $[AB]$ et par P_2 le plan médiateur du segment $[IJ]$.
   a. Déterminer une équation cartésienne du plan P_1.
   b. Montrer qu'une équation cartésienne du plan P_2 est $3y - z - 4 = 0$.
2. a. Montrer que P_1 et P_2 sont sécants suivant une droite Δ dont une représentation paramétrique est $\begin{cases} x = 1 \\ y = \alpha \\ z = -4 + 3\alpha \end{cases}$, $\alpha \in \mathbb{R}$.
   b. Déterminer les coordonnées du point Ω de la droite Δ tel que $\Omega A = \Omega I$.
   c. Montrer que le point Ω est le centre de la sphère S circonscrite au tétraèdre ABIJ.
3. Montrer que la sphère S et le plan (ABE) sont sécants suivant un cercle $\mathscr{C}$ que l'on précisera.
4. Déterminer par leurs équations les sphères de rayon $\sqrt{10}$ et qui coupent le plan (ABE) suivant le cercle $\mathscr{C}$.

Lycée Pilote Sfax **Corrigé du devoir de Contrôle N°3** 4ème année Sc Ex

Proposé par Mr Dammak Faiez

Exercice 1 :

1°) Faux.

Justification : f est dérivable sur $\mathbb{R}$. Pour tout $x \in \mathbb{R}, f'(x) = e^{-x^2}$.

$f'(0) = e^0 = 1$.

Si $f'(x) = \int_0^x -2te^{-t^2}dt$ alors $f'(0) = 0$ ce qui est absurde

2°) Vrai.

Justification : A et B sont indépendants donc $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$

$A = (A \cap B) \cup (A \cap \bar{B})$ avec $(A \cap B) \cap (A \cap \bar{B}) = \emptyset$ donc $p(A) = p(A \cap B) + p(A \cap \bar{B})$

alors $p(A \cap \bar{B}) = p(A) - p(A) \times p(B) = p(A)(1 - p(B)) = p(A) \times p(\bar{B})$

Donc A et $\bar{B}$ sont indépendants.

3°) Vrai.

Justification: Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = 5^{x-1} = \frac{1}{5}5^x$. Donc f est dérivable sur $\mathbb{R}$

et pour tout $x \in \mathbb{R}, f'(x) = \frac{1}{5}\ln(5) \times 5^x$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) - \ln(5) \times f(x) = \frac{1}{5}\ln(5) \times 5^x - \frac{1}{5}\ln(5) \times 5^x = 0$

Exercice 2 :

On note S : l'événement « le poisson est toujours vivant un mois plus tard ».

R : l'événement « le poisson est rouge à l'âge de trois mois ».

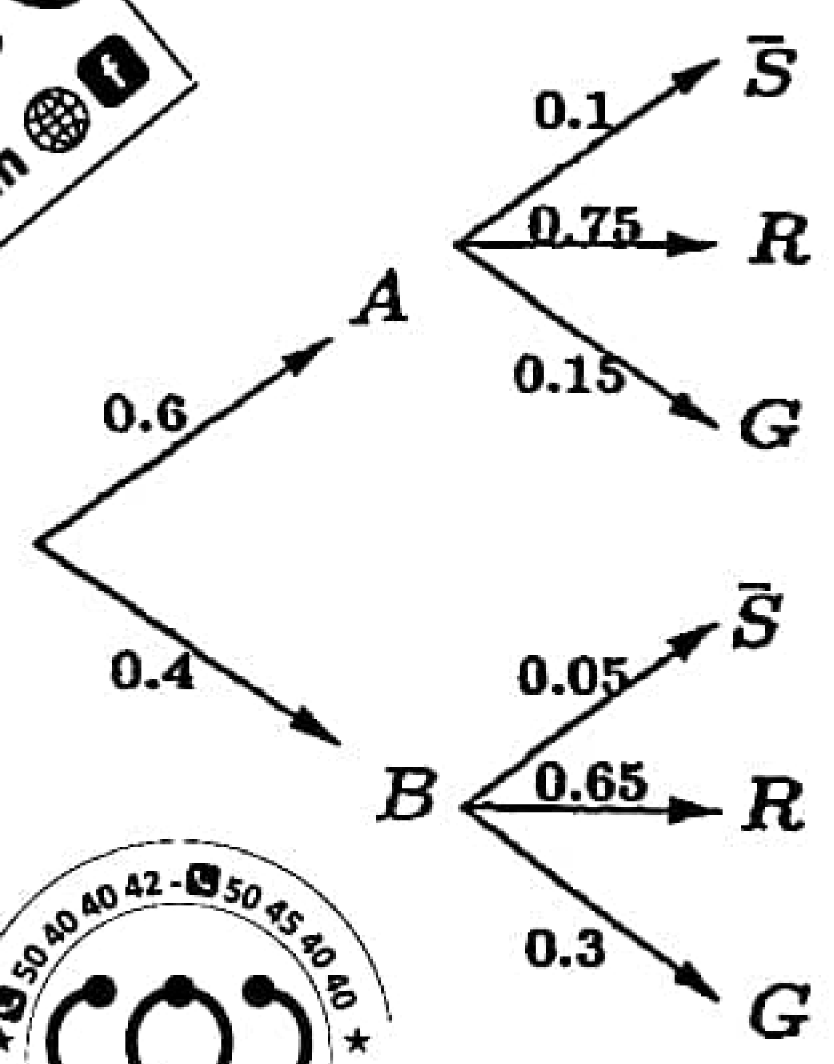
G : l'événement « le poisson est gris à l'âge de trois mois ».

1°) a. $p(S) = 1 - p(\bar{S})$

$p(\bar{S}) = p(A) \times p(\bar{S}/A) + p(B) \times p(\bar{S}/B)$

$= 0{,}6 \times 0{,}1 + 0{,}4 \times 0{,}05 = 0{,}08$

$p(S) = 1 - 0{,}08 = 0{,}92$.



b. $p(R) = p(A) \times p(R/A) + p(B) \times p(R/B)$

$= 0{,}6 \times 0{,}75 + 0{,}4 \times 0{,}65 = 0{,}71$.

c. $p(A/G) = \frac{p(A \cap G)}{p(G)} = \frac{p(A) \times p(G/A)}{p(A) \times p(G/A) + p(B) \times p(G/B)}$

$= \frac{0{,}6 \times 0{,}15}{0{,}6 \times 0{,}15 + 0{,}4 \times 0{,}3} = \frac{0{,}09}{0{,}21} \simeq 0{,}43$

2°) la probabilité qu'un mois plus tard seulement trois alevins soient en vie est

$$p = C_5^3 \times (p(S))^3 \times (p(\bar{S}))^2 = 10 \times (0{,}92)^3 \times (0{,}08)^2 \simeq 0{,}05$$

Lycée Pilote Sfax

Corrigé du devoir de synthèse N°3

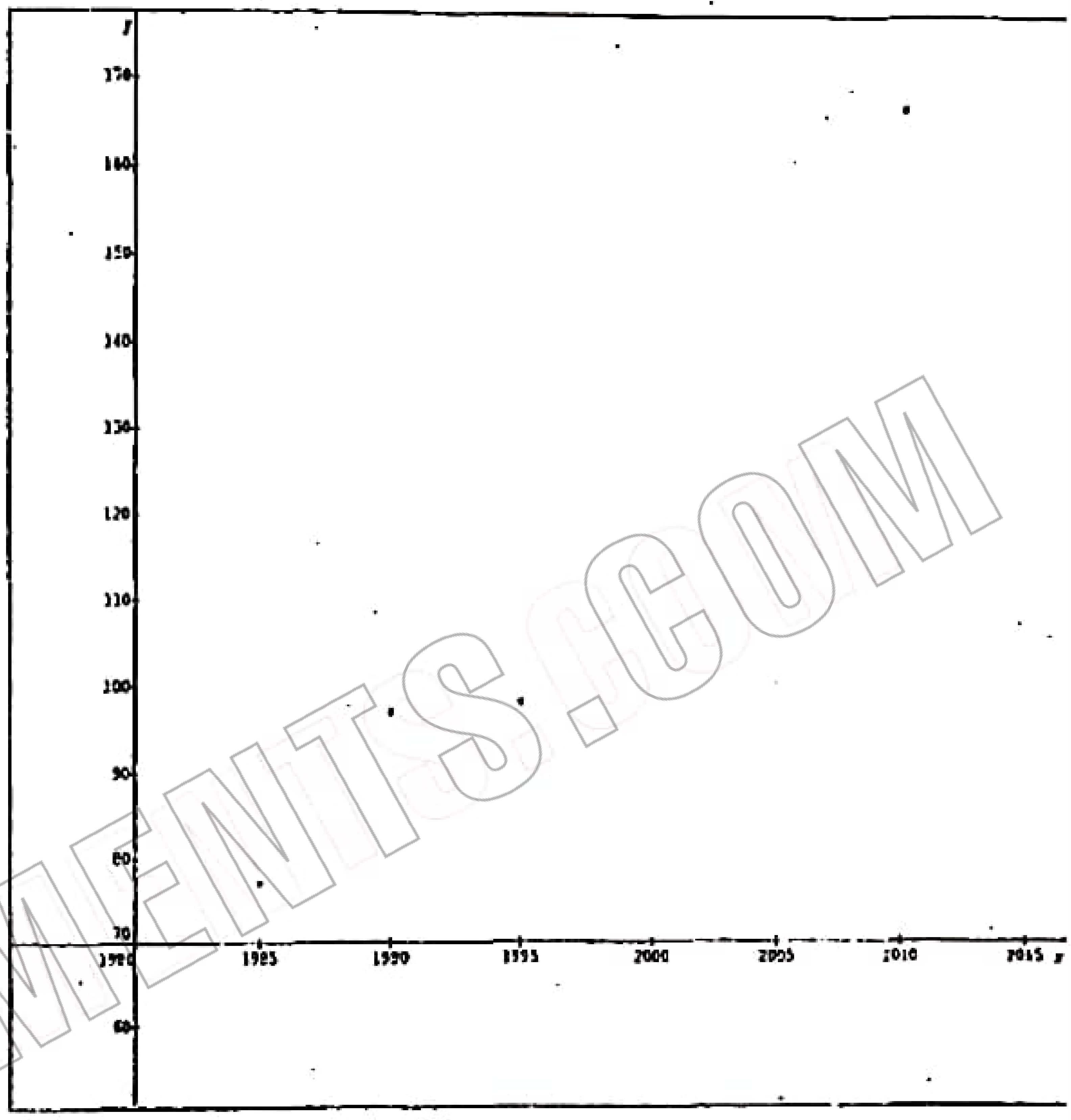
Proposé par Mr Dammak Faiez

4ème Année Sc Exp

Mai 2015

Exercice 1 :

1°) a-



b – $\rho_{XY} = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma(X)\sigma(Y)} = 0.969$.

$|\rho_{XY}| > \frac{\sqrt{3}}{2}$ donc un ajustement affine est justifié

2°) a. $D: Y = aX + b$ avec

$a = \frac{Cov(X,Y)}{V(X)} \cong 3{,}297$

et $b = \overline{Y} - a\overline{X} \cong -6469{,}818$

Donc $D: Y = 3{,}297\,X - 6469{,}818$.

b- D'après cet ajustement, le nombre moyen d'œufs consommés par un tunisien en 2015 est

$Y = 3{,}297 \times 2015 - 6469{,}818 = 173{,}637$.

Exercice 2 :

1°) $p(X > 3) = e^{-0{,}05\times 3} = e^{-0{,}15} \cong 0{,}861$.

2°) $p(1 \leq X \leq 3) = e^{-0{,}05\times 1} - e^{-0{,}05\times 3} = e^{-0{,}05} - e^{-0{,}15} \cong 0{,}091$.

3°) a. Si une panne survient au cours de la première année, l'entreprise rembourse au client la valeur initiale de la tablette. Alors son gain algébrique est $50 - 400 = -350^D$

Si une panne survient entre le début de la 2ème année et avant la fin de la 3ème année, l'entreprise rembourse au client la moitié de la valeur initiale de la tablette soit 200^D . Alors son gain algébrique est $50 - 200 = -150^D$

Si la tablette n'ait pas eu de panne au cours des trois premières années l'entreprise ne rembourse aucune somme au client donc son gain algébrique est $50 - 0 = 50^D$.

Conclusion : Les valeurs prises par Y sont -350, -150 et 50.

b. $p(Y = -350) = p(0 \leq X \leq 1) = 1 - e^{-0{,}05} \cong 0{,}049$.

$p(Y = -150) = p(1 < X < 3) = e^{-0{,}05} - e^{-0{,}15} \cong 0{,}091$.

$p(Y = 50) = p(X \geq 3) = e^{-0{,}15} \cong 0{,}861$.

La loi de probabilité de Y est donnée par le tableau suivant :

Ainsi l'équation $g(x)=0$ admet dans $[0,+\infty[$ une solution unique a et $0{,}51 < a < 0{,}52$

On a $g\left(\left]\frac{\sqrt{6}}{2},+\infty\right[\right) = \left]0, 1+\frac{2}{e}\right[$

donc pour tout $x \in \left]\frac{\sqrt{6}}{2},+\infty\right[$, $g(x) > 0$.

On a g est strictement croissante sur $\left[0,\frac{\sqrt{6}}{2}\right]$.

si $0 \leq x < a$ alors $g(x) < g(a)$ donc $g(x) < 0$

si $a < x \leq \frac{\sqrt{6}}{2}$ alors $g(x) > g(a)$ donc $g(x) > 0$.

$g(x) = 0$ ssi $x = a$

Ainsi

x	0		a		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

B) 1) $D_f = \mathbb{R}$

pour tout $x \in \mathbb{R}$, $(-x) \in \mathbb{R}$

$f(-x) + f(x) = 1 - x + xe^{-x^2+1} + 1 + x - xe^{-x^2+1}$

$= 2 = 2 \times 1$.

Donc $I(0,1)$ est un centre de symétrie de $\mathcal{C}$.

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(f(x) - (x+1)\right)$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \left(-xe^{-x^2+1}\right)$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e}{x}\left(-x^2e^{-x^2}\right) = 0$

car $\lim\limits_{x\to+\infty} -x^2 = -\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^x = 0$

donc la droite $D: y = x+1$ est une asymptote oblique à $\mathcal{C}$ au v$(+\infty)$

3) a) La fonction $x \mapsto -x^2+1$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ donc la fonction $x \mapsto e^{-x^2+1}$ est dérivable sur $\mathbb{R}$

de plus les fonctions $x \mapsto -x$ ~~et~~ $x \mapsto 1+x$ sont dérivables ~~sur $\mathbb{R}$~~ donc f est dérivable sur $\mathbb{R}$

pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$f'(x) = 1 - \left(e^{-x^2+1} + x \times (-2x)e^{-x^2+1}\right)$

$= 1 + (2x^2-1)e^{-x^2+1}$.

b) On a pour tout $x \geq 0$,

$f'(x) = g(x)$.

x	0		a		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	1	$\searrow$	$f(a)$	$\nearrow$	$+\infty$

$f(0) = 1$

$\lim\limits_{+\infty} f = \lim\limits_{x\to+\infty} \left(1 + x - xe^{-x^2+1}\right)$

$= +\infty$.

4) a) $T: y = f'(0)x + f(0)$

$f(0) = 1$ et $f'(0) = g(0) = 1-e$

Donc $T: y = (1-e)x + 1$

b) $f(x) - \left((1-e)x+1\right) = ex\left(1-e^{-x^2}\right)$

On a pour tout $x \in \mathbb{R}$, $-x^2 \leq 0$

donc $e^{-x^2} \leq 1$

d'où $1 - e^{-x^2} \geq 0$.

$1 - e^{-x^2} = 0$ ssi $x = 0$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$1-e^{-x^2}$	$+$	0	$+$
$x.e$	$-$	0	$+$
$f(x)-y_T$	$-$	0	$+$
Position relative de $\mathcal{C}$ et T	$\mathcal{C}$ est au dessous de T	$I(0,1)$ est un pt d'inflexion de $\mathcal{C}$	$\mathcal{C}$ est au dessus de T

Lycée Pilote Sfax Le 18 -05- 2019	Devoir de synthèse N°2 Durée : 3 heures	Classes : $4^{ème}$ Sc-Exp Mme : Fakhfakh Mrs : Smaoui et Boukhris

Exercice 1 (3 pts)

Depuis quelques années une entreprise a mis en place des actions pour prévenir au mieux les risques professionnels.

Le tableau ci-dessous représente l'évolution du nombre annuel moyen d'accidents du travail ayant entrainé un arrêt de travail pour 1000 salariés en équivalent temps plein.

Année	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Rang de l'année (X)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre annuel moyen d'accidents du travail (Y)	108.5	103.5	95.1	90.1	88.9	83.2	79.4	73.2	70.9	67.8

L'entreprise se fixe comme objectif d'atteindre en 2021 un nombre annuel moyen d'accidents du travail inférieur à 50.

Le but de l'exercice est de prévoir si cet objectif sera atteint, en supposant que l'évolution constatée de 20(à 2017 se poursuit jusqu'à 2021.

1. Représenter dans un repère orthogonal $(O,\vec{i},\vec{j})$ du plan, le nuage de points de la série statistique (X, Y).
2. a. Déterminer le coefficient de corrélation ρ_{XY} .Interpréter.
   b. Déterminer une équation de la droite de régression D de Y en X.
   c. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage. Tracer D dans $(O,\vec{i},\vec{j})$.
3. L'objectif de l'entreprise sera-t-il atteint ? Justifier la réponse.

Exercice 2 (5,5 pts)

Une entreprise produit et commercialise des puces GPS.

Elle dispose de trois centres de production A, B et C qui produisent respectivement 60%, 25% et 15% des puces électroniques.

Après leur sortie des centres de production, ces puces sont regroupées dans les laboratoires de contrôle de qualité, où elles sont testées pour savoir si elles sont commercialisables.

L'expérience a montré que 80% des puces sortant du centre de production A, 95% des puces sortant du ce de production B et 86,45% de l'ensemble des puces produites sont sélectionnées à l'issue de ce test comm étant commercialisables.

1. Un technicien de contrôle de qualité prélève une puce au hasard pour lui faire passer le test.

   On notera les évènements suivants :

Remerciement

Wael, le fondateur du site **waeldocuments.com**, tient à remercier toute personne qui a contribué au succès de ce project, et vous promet une amélioration continue du contenu et du design des documents.

Toute le courage du monde ! <3

Wael Documents

Dans la même collection